

Podstawa programowa

matematyka - klasy VII - VIII, etap II, rok szkolny, od którego obowiązuje: 2024 / 2025, oficjalna

Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej ze zmianami z dnia 28 czerwca 2024 r.

Cele kształcenia - wymagania ogólne:

I. Sprawność rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.
3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Zalecane warunki i sposób realizacji:

Dział XV podstawy programowej w zakresie przedmiotu matematyka dla klas VII i VIII może zostać zrealizowany po egzaminie ósmoklasisty.

W klasach IV-VI, kiedy nauka matematyki odbywa się przede wszystkim na konkretnych obiektach, należy zadbać o pracę na przykładach, bez wprowadzania nadmiaru pojęć abstrakcyjnych. Dużą pomocą dla ucznia jest możliwość eksperymentowania z liczbami, rozwiązywania zagadek

logicznych i logiczno-matematycznych, a także ćwiczenia polegające na pracy lub zabawie z różnymi figurami lub bryłami w geometrii. W szczególności, rozwiązywanie równań przez zgadywanie powinno być w klasach IV-VI traktowane jako poprawna metoda.

W klasach IV-VI należy dbać o precyzję wypowiedzi, ale trzeba pamiętać o tym, aby unikać sytuacji, w której uczeń zostaje uznany za nieuzdolnionego matematycznie, gdy nie potrafi wyrazić poprawnego rozwiązania w sposób odpowiednio formalny, zgodnie z oczekiwaniami nauczyciela. Umiejętność posługiwania się takimi pojęciami matematycznymi jak: kąt, długość, pole, suma algebraiczna jest o wiele bardziej istotna niż zapamiętanie formalnej definicji. W nauczaniu matematyki ważne jest, aby uczeń zrozumiał sens reguł formalnych.

1. Nauczanie wielopoziomowe.

Myślenie abstrakcyjne kształtuje się w wieku 11-15 lat, ale u wielu dzieci w różnym tempie, i nie musi to oznaczać większych bądź mniejszych zdolności matematycznych. Z uwagi na różną szybkość rozwoju myślenia uczniów klas VII i VIII, a także częściowo klasy VI, można rozważyć wprowadzenie nauczania matematyki w grupach międzyoddziałowych na różnych poziomach, podobnie jak to jest praktykowane w nauczaniu języków obcych nowożytnych.

Grupy międzyoddziałowe realizowałyby różne partie materiału w tempie dostosowanym do możliwości uczniów, przy zachowaniu realizacji podstawy programowej w zakresie przedmiotu matematyka. Takie podejście nie powinno dzielić uczniów na lepszych lub gorszych, ale ma umożliwić uczniom, u których myślenie abstrakcyjne rozwija się wolniej, płynne przejście do etapu myślenia abstrakcyjnego. Uczniom, u których to myślenie rozwinęło się szybciej, należy proponować zadania trudniejsze i pozwalające na głębszą analizę zagadnień, aby właściwie stymulować ich rozwój.

2. Sprawność rachunkowa.

Umiejętność wykonywania działań w pamięci, poza ćwiczeniem pamięci i koncentracji, rozwija i wspomaga zdolność przeprowadzania rozumowania. Pożądaną umiejętnością u ucznia jest, aby mając do obliczenia $23 + 49 + 77$, zauważył, że $23 + 77 = 100$, a więc ostateczny wynik sumy jest równy 149.

Wykonywanie działań pisemnie jest wstępem do bardziej zaawansowanych zagadnień. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie pisemne przygotowuje do dodawania, odejmowania i mnożenia sum algebraicznych. Dzielenie pisemne przygotowuje do dzielenia wielomianu przez wielomian. Niemniej, wykonywanie działań pisemnych nie powinno prowadzić do uciążliwych rachunków.

3. Ułamki zwykłe.

Uczeń powinien dobrze poznać i stosować zasady dodawania i odejmowania, mnożenia i dzielenia, oraz rozszerzania i skracania ułamków zwykłych. Aby dobrze opanować podstawowe działania na ułamkach, umiejętność tę należy systematycznie utrzymywać na II. etapie nauczania.

4. Kalkulatory.

Uczeń powinien umieć korzystać z nowoczesnych metod wykonywania obliczeń, w tym za pomocą kalkulatora. Uczeń powinien zapoznać się z ograniczeniami (niektórych) kalkulatorów, mianowicie obliczenie pierwiastka z liczby całkowitej i podniesienie go do kwadratu niekoniecznie prowadzi do wyjściowej liczby, ze względu na błąd zaokrąglenia. Z tego samego powodu obliczenie rozwinięcia dziesiętnego za pomocą kalkulatora a następnie pomnożenie na

kalkulatorze przez mianownik, niekoniecznie musi prowadzić do liczby całkowitej równej licznikowi. Inną sprawą jest znajdowanie rozwinięć okresowych za pomocą kalkulatora: jeśli kalkulator wypisuje rozwinięcie dziesiętne ułamka jako np. 0,463417171, to uczeń powinien wiedzieć, że może to oznaczać zarówno 0,46341(71), jak i 0,463(417171), a nawet 0,4634171(70) naturalnie istnieją jeszcze inne możliwości.

5. Zadania na dowodzenie.

Zadania na dowodzenie stanowią ważny element wykształcenia matematycznego. Uczeń powinien dowiedzieć się, że w twierdzeniach zaczynających się od słów „wykaż, że dla każdego...” podawanie wielu przykładów nie jest dowodem, a podanie jednego kontrprzykładu świadczy o tym, że stwierdzenie nie jest prawdziwe. Nie oznacza to, że uczeń nie powinien szukać przykładów bądź kontrprzykładów. Często takie poszukiwanie i sprawdzanie prawdziwości tezy dla konkretnych przypadków pozwala uczniowi zrozumieć postawiony problem, a następnie podać ogólne rozumowanie. W szkole podstawowej zadania na dowodzenie powinny być proste (w przypadku zdolnych uczniów można rozszerzyć stopień trudności). Oznacza to, że np. do dowodu zadania z geometrii powinno wystarczyć obliczanie kątów (z wykorzystaniem równości kątów wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych, twierdzenia o sumie kątów trójkąta oraz twierdzenia o kątach przy podstawie trójkąta równoramiennego), użycie cech przystawiania trójkątów do uzasadnienia przystawiania jednej dostrzeżonej pary trójkątów przystających oraz wyciągnięcie wniosków z tej własności.

6. Statystyka.

Szczególną rolę w kształceniu matematycznym odgrywają zadania ze statystyki. Z jednej strony odczytywanie i prezentowanie danych wiąże matematykę z życiem codziennym i otwiera cały wachlarz zastosowań praktycznych, zatem wskazane jest, aby znaczna część zadań dotyczyła danych rzeczywistych wraz z podaniem ich weryfikowalnego źródła. Z drugiej strony, np. operowanie wykresami zależności pozwala na intuicyjne opanowanie trudnych i abstrakcyjnych pojęć takich jak funkcja, monotoniczność, ekstrema, przy użyciu minimalnej wiedzy matematycznej (nie należy wprowadzać tych pojęć w szkole podstawowej). Stanowi to wstęp do wprowadzenia tych pojęć w szkole ponadpodstawowej. Warto przy tym dodać, że operowanie na danych rzeczywistych wiąże się ze sporą złożonością rachunkową. Uczniowie powinni być nauczeni, jak efektywnie wspomagać się sprzętem elektronicznym (kalkulator, komputer) przy rozwiązywaniu zadań ze statystyki.

Wymagania szczegółowe:

I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:

I.1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim,

I.2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich,

I.3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach,

I.4) podnosi potęgę do potęgi,

I.5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej $a \cdot 10^k$, gdy $1 \leq a < 10$, k jest liczbą całkowitą.

II. Pierwiastki. Uczeń:

II.1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych,

II.2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki,

II.3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, np. znajduje

liczbę całkowitą a taką, że: $a \leq \sqrt{137} < a+1$

II.4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyciąga liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka,

II.5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń:

III.1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych,

III.2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych,

III.3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych,

III.4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie: Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał n kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:

IV.1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym),

IV.2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, redukując wyrazy podobne,

IV.3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany,

IV.4) mnoży dwumian przez dwumian, redukując wyrazy podobne.

V. Obliczenia procentowe. Uczeń:

V.1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości,

V.2) oblicza liczbę a równą p procent danej liczby b ,

V.3) oblicza, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a ,

V.4) oblicza liczbę b , której p procent jest równe a ,

V.5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach dwukrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:

VI.1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, np. sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od -8

$$\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$$

są rozwiązaniami równania

VI.2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych,

VI.3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą,

VI.4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi,

VI.5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:

VII.1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych,

VII.2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru,

VII.3) stosuje podział proporcjonalny.

VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:

VIII.1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi),

VIII.2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe,

VIII.3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych,

VIII.4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów,

VIII.5) zna nierówność trójkąta $AB + BC \geq AC$ i wie, kiedy zachodzi równość,

VIII.6) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych,

VIII.7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego),

VIII.8) przeprowadza dowody geometryczne nie trudniejsze niż w przykładach:

VIII.8)a) dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny ABC, w którym $AC = BC$. W tym trójkącie poprowadzono wysokość AD. Udowodnij, że kąt ACB jest dwa razy większy od kąta BAD,

VIII.8)b) na bokach BC i CD prostokąta ABCD zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne BCE i CDF. Udowodnij, że $AE = AF$.

IX. Wielokąty. Uczeń:

IX.1) zna pojęcie wielokąta foremnego,

IX.2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków w zadaniach nie trudniejszych niż w przykładach:

IX.2)a) oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,

IX.2)b) przekątne rombu ABCD mają długości $AC = 8$ dm i $BD = 10$ dm. Przekątną BD rombu przedłużono do punktu E w taki sposób, że odcinek BE jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta CDE. (Zadanie ma dwie odpowiedzi.)

X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

X.1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1,5$ lub taki jak $x < - (4 : 7)$,

X.2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie,

X.3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku),

X.4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek,

X.5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych,

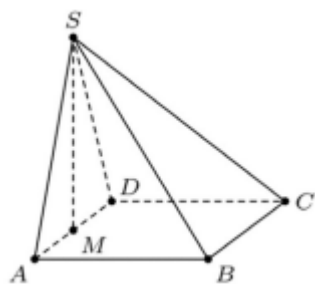
X.6) dla danych punktów kratowych A i B znajduje inne punkty kratowe należące do prostej AB.

XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:

XI.1) rozpoznaje graniastopy i ostrośpy - w tym proste i prawidłowe,

XI.2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastopów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastopu prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa kąty mają miarę po 45° , a najdłuższy bok ma długość $6\sqrt{2}$ dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastopie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastopu.

XI.3) oblicza objętości ostrosłupów i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych, i takich, które nie są prawidłowe w zadaniach nie trudniejszych niż w przykładzie: Prostokąt ABCD jest podstawą ostrosłupa ABCDS, punkt M jest środkiem krawędzi AD, odcinek MS jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: $AD = 10$ cm, $AS = 13$ cm oraz $AB = 20$ cm. Oblicz objętość ostrosłupa.



XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

XII.1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania,

XII.2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

XIII.1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych,

XIII.2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł,

XIII.3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:

XIV.1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy,

XIV.2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu,

XIV.3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy,

XIV.4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu.

XV. Symetrie. Uczeń:

XV.1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta,

XV.2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta jak w przykładzie: Wierzchołek C rombu ABCD leży na symetralnych boków AB i AD. Oblicz miary kątów tego rombu,

XV.3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury,

XV.4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.